

Dairesel Temelerde Taban Gerilmelerinin ve Kesit Zorlarının Hesabı

1. Giriş

Zemin taşıma gücü yeter derecede yüksek ya da yükler düşük değerlerde olduğu zaman her kolon için ayrı bir temel yapmak yeterli ve ekonomik olmaktadır. Tekil Temel adı verilen bu temeller genellikle dikdörtgen olarak düzenlenmektedir [1], [2], [3], [4]. Silo, baca ve kule gibi bazı yapıların tekil temelleri ise dairesel olarak yapılmaktadır. Bu çalışmada büyük dışmerkezlik etkisi altında bulunan dairesel temelerde taban gerilmelerinin hesabı için geliştirilen bir yöntem açıklanacak ve kesit zorlarının hesabı için bilgiler verilecektir.

2. Küçük Dışmerkezlik

N düşey yükü ile M eğilme momentinin etkisi altında bulunan R yarıçaplı dairesel bir temelin planı, yükleme durumu ve taban gerilmeleri Şekil 1'de gösterilmiştir.

$$e = \frac{M}{N} \quad (1)$$

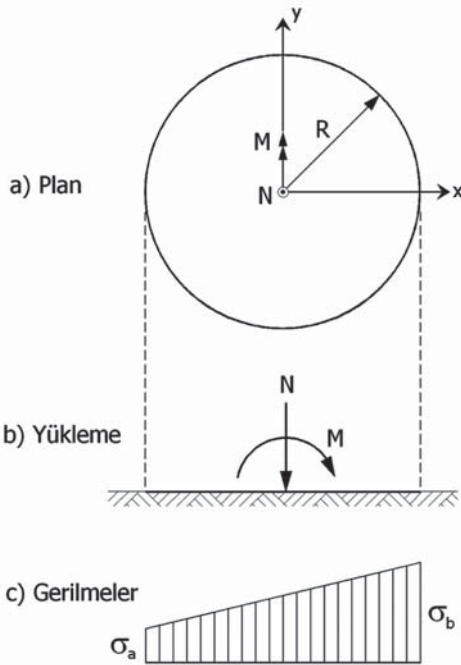
olarak tanımlanan e dışmerkezliği R/4'ten küçük olduğu zaman küçük dışmerkezlik söz konusudur. Bu durumda temelin rijit davrandığı kabul edilirse σ_a ve σ_b uç gerilmeleri

$$\sigma_a = \frac{N}{F} - \frac{MR}{I} \quad \text{ve} \quad \sigma_b = \frac{N}{F} + \frac{MR}{I} \quad (2)$$

olarak hesaplanır. Burada F ve I, sırası ile çalışan temel bölgesinin alanı ile y eksenine göre atalet momentini göstermektedir. Küçük dışmerkezlik durumunda temelin tüm alanı çalıştığından

$$\sigma_a = \frac{N}{\pi R^2} - \frac{4M}{\pi R^3} \quad \text{ve} \quad \sigma_b = \frac{N}{\pi R^2} + \frac{4M}{\pi R^3} \quad (3)$$

elde edilir.



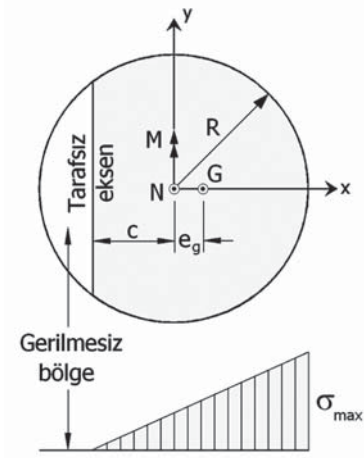
Şekil 1 - Küçük dışmerkezlik

3. Büyük Dışmerkezlik

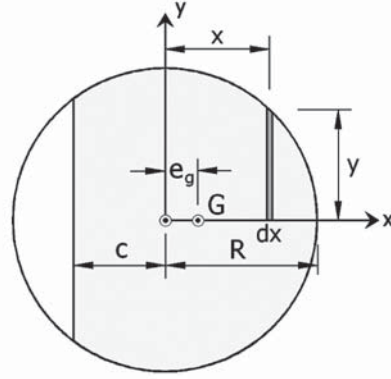
$e > R/4$ olduğu zaman büyük dışmerkezlik söz konusudur ve temelin belirli bir bölgesi gerilmemiş durumdadır, Şekil 2.

Bu durumda gerilme hesaplarını Şekil 2'de koyu olarak gösterilen "Çalışan Temel Bölgesi"ne göre yapmak gerekir. Bu bölgenin özellikleri ayrıntılı olarak Şekil 3'te gösterilmiştir.

Şekilde görüldüğü gibi, tarafsız eksenin daire merkezine uzaklığı c ile çalışan bölgenin G ağırlık merkezinin merkeze uzaklığı da e_g ile ifade edilmektedir.



Şekil 2 - Büyük dışmerkezlik



Şekil 3 - Çalışan temel bölgesi

3.1 Çalışan bölgenin kesit özellikleri

Şekil 3'te gösterilen dx genişliğindeki şeridin alanı

$$dF = y dx = \sqrt{R^2 - x^2} dx \quad (4)$$

tüm çalışan alan da

$$F = 2 \int_{-c}^R \sqrt{R^2 - x^2} dx \quad (5)$$

olarak ifade edilebilir. Benzer biçimde, çalışan alanın ağırlık merkezinin y ekseninden uzaklığı ile ağırlık merkezinden geçen düşey eksene göre atalet momenti de, sırası ile,

$$e_g = \frac{2 \int_{-c}^R x \sqrt{R^2 - x^2} dx}{F}, \quad (6)$$

$$I = 2 \int_{-c}^R x^2 \sqrt{R^2 - x^2} dx - F e_g^2. \quad (7)$$

olarak yazılabilir. Integral işlemleri yapıldıktan sonra, çalışan kesitin alanı, ağırlık merkezinin uzaklığı ve atalet momenti, sırası ile,

$$F = \frac{\pi R^2}{2} + c \sqrt{R^2 - c^2} + R^2 \arcsin \frac{c}{R} \quad (8)$$

$$e_g = \frac{2(R^2 - c^2)^{\frac{3}{2}}}{3F} \quad (9)$$

$$I = \frac{\pi R^4}{8} + \frac{c}{4} [R^2 - 2(R^2 - c^2)] \sqrt{R^2 - c^2} + \frac{R^4}{4} \arcsin \frac{c}{R} - F e_g^2 \quad (10)$$

olarak elde edilir.

3.2 Gerilme hesabı

σ_a ve σ_b uç gerilmeleri, sırası ile,

$$\sigma_a = \frac{N}{F} - \frac{M_g(c + e_g)}{I} \quad (11)$$

$$\sigma_b = \sigma_{\max} = \frac{N}{F} + \frac{M_g(R - e_g)}{I} \quad (12)$$

olarak elde edilir. Burada M_g , çalışan bölgenin G ağırlık merkezine indirgenmiş olan eğilme momenti olup

$$M_g = M - e_g N \quad (13)$$

ifadesi ile tanımlanmaktadır. Tarafsız eksenin konumunu tanımlayan c değeri o şekilde belirlenmelidir ki (11) denklemi ile hesaplanan σ_a değeri 0 (sıfır) olsun.

3.3 Hesapta izlenen yol

Yukarıda görüldüğü gibi, gerek çalışan bölgeye ait kesit özelliklerinin gerekse uç gerilmelerinin hesabı ile ilgili formüller tarafsız eksenin konumunu belirleyen c uzaklığına bağlıdır. Bu değer başlangıçta belli olmadığından bir ardışık yaklaşım yolunun uygulanması gerekir. Hesapta izlenecek yol aşağıdaki biçimde özetlenebilir:

1. Önce (3) denklemi uygulanarak σ_a ve σ_b uç gerilmeleri hesaplanır. σ_a sol uç gerilmesi pozitif (basınç) olarak bulunursa küçük dışmerkezlik söz konusudur ve gerilme hesabı tamamlanmıştır.
2. Sol uç gerilmesinin negatif (çekme) olarak elde edilmesi halinde büyük dışmerkezlik oluşacak demektir. Bu durumda c için uygun bir başlangıç değeri seçilerek ardışık yaklaşıma başlanır.
3. (8), (9) ve (10) formülleri kullanılarak çalışan bölgeye ait kesit özellikleri, (11) ve (12) formülleri ile de uç gerilmeleri hesaplanır.
4. σ_a ve σ_b uç gerilmelerinden orantı ile yeni \bar{c} değeri

$$\bar{c} = \frac{R\sigma_a + c\sigma_b}{\sigma_b - \sigma_a} \quad (14)$$

olarak hesaplanır.

5. Yeni bulunan \bar{c} değeri seçilen (önceki) değere yeteri kadar yakın değilse bu yeni değer kullanılarak 3. ve 4. adımlar yinelenir.
6. Yeni bulunan \bar{c} değeri önceki değere yeteri kadar yakın olduğu zaman ardışık yaklaşıma son verilir.

Bu hesap düzeni hem hızlı olarak yakınsaktır hem de köşe gerilmeleri c değerinin değişimine karşı çok duyarlı değildir. Yapılan sayısal uygulamalar adım sayısının da seçilen başlangıç değerine çok fazla bağımlı olmadığını göstermiştir. Basit bir başlangıç değeri olarak $c=R$ seçilebilir.

3.4 Yardımcı bilgiler

Yukarıda açıklanan hesap düzeni bilgisayar uygulamalarında kolayca kullanılabilir niteliktedir. Hatta verilen bağıntılar kullanılarak "Elektronik Tablo" ortamında bir ardışık yaklaşım düzeni hazırlanabilir. Pratik uygulamaları kolaylaştırmak amacı ile, σ_a , σ_b ve c değerlerinin hesabı için tablo da düzenlenebilmektedir, [5]. Buna göre

$$\sigma_a = k_a \frac{N}{\pi R^2} \quad (15)$$

$$\sigma_b = k_b \frac{N}{\pi R^2} \quad (16)$$

$$c = k_c R \quad (17)$$

olarak ifade edilmektedir. k_a , k_b ve k_c katsayıları boyutsuz

$$\varepsilon = \frac{e}{R} \quad (18)$$

parametresine bağlı olarak Tablo 1'de gösterilmiştir.

Görüldüğü gibi bu tablo geneldir; yani hem küçük hem de büyük dışmerkezlik durumlarını içerecek biçimde düzenlenmiştir. Büyük dışmerkezlik durumu için negatif olan k_a (σ_a) değerleri sanaldır. Çünkü bu durumda sol tarafta gerilmemiş bölge oluşmaktadır. Bu değerler, yaklaşık olarak, kesit zorlarının hesabında kullanılabilir. Büyük dışmerkezlik durumunda ε değerleri büyüdükçe gerilmemiş bölgenin alanı da büyümektedir. Uygulamada bu alanın olabildiğince küçük tutulması tercih edilmelidir. Bu nedenle yukarıdaki tabloda ε değerleri için üst sınır olarak 0.50 değeri alınmıştır.

Tablo 1 - Hesap katsayıları

	ε	k_a	k_b	k_c
Küçük dışmerkezlik	0.00	1.000	1.000	∞
	0.05	0.800	1.200	5.000
	0.10	0.600	1.400	2.500
	0.15	0.400	1.600	1.667
	0.20	0.200	1.800	1.250
	0.25	0.000	2.000	1.000
Büyük dışmerkezlik	0.30	-0.218	2.211	0.820
	0.35	-0.501	2.455	0.669
	0.40	-0.886	2.749	0.523
	0.45	-1.426	3.109	0.382
	0.50	-2.208	3.560	0.241

Tarafsız eksenin konumu ile maksimum taban gerilmesinin yaklaşık olarak hesaplanabilmesi için yaklaşık formüller de geliştirilmiştir. Buna göre

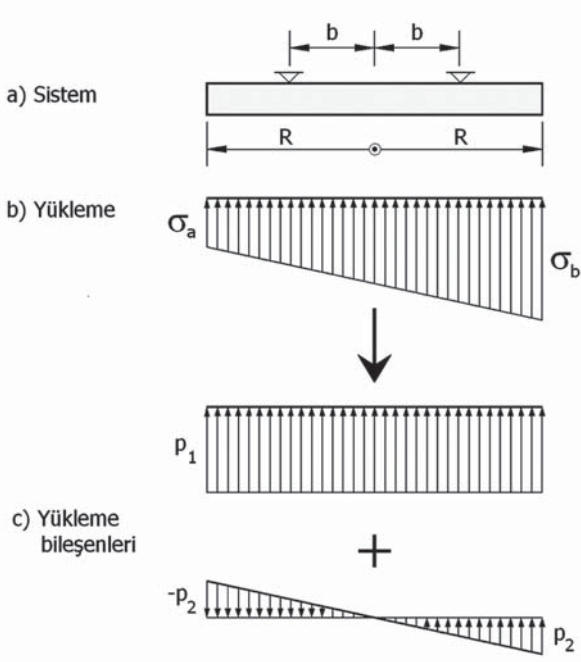
$$\frac{c}{R} \cong 2.33 \frac{R-e}{R} + 0.58 \left(\frac{R-e}{R} \right)^3 - 1 \quad (19)$$

$$\sigma_b \cong \left(0.372 + 0.056 \frac{R-e}{R} \right) \frac{N}{(R-e)\sqrt{R(R-e)}} \quad (20)$$

olarak verilmektedir, [6]. Yapılan incelemeler c/R ve σ_b için verilen formüllerdeki hata mertebelerinin, sırası ile, $\pm\% 1.4$ ve $-\% 0.2$ olduğunu yani bunların sayısal uygulamalarda başarı ile kullanılabilir olduklarını göstermiştir.

4. Kesit Zorları

Dairesel temel baca veya kulenin b yarıçaplı dairesel eksenini boyunca basit olarak mesnetlenmiş dairesel bir plak olarak kabul edilebilir, Şekil 4a. Bu plak x eksenini boyunca doğrusal olarak değişen



Şekil 4 - Şematik sistem kesiti ve yükler

bir yaylı yük etkisi altındadır, Şekil 4b.

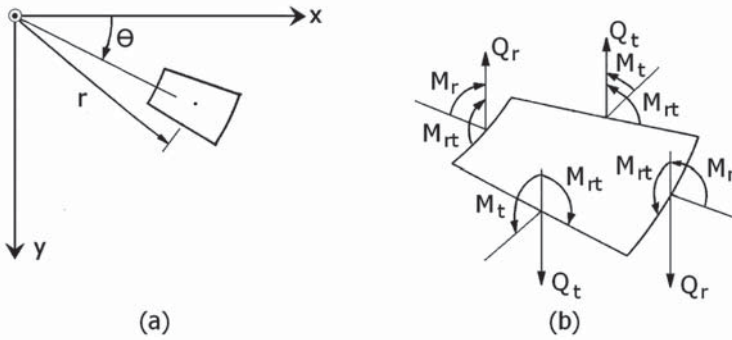
Hesap kolaylığı için dairesel plağı etkileyen yük, Şekil 4c'de gösterildiği gibi, iki yükleme bileşenine ayrılabilir. Bu bileşenlerin değerleri

$$p_1 = \frac{\sigma_b + \sigma_a}{2} \quad (21)$$

$$p_2 = \frac{\sigma_b - \sigma_a}{2} \quad (22)$$

olarak hesaplanmaktadır. p_1 ve p_2 yüklemelerinden oluşan plak kesit zorlarının hesabı için çeşitli tablolar verilmiş bulunmaktadır, [1], [7]. Bu tablolar u Poisson oranının sıfır değeri için hazırlanmış olup yukarıda belirtilen mesnetlenme koşulları için yaklaşık niteliktedir. Chu ve Afandi'nin çalışmalarında ise, daire ve halka biçimindeki temeller için, yukarıda belirtilen mesnet koşulları ve yükleme bileşenleri için kesin çözümler geliştirilmiştir, [8]. Aşağıda bu çalışmada elde edilen kesit zoru ifadeleri özetlenecek ve uygulama için yararlı olabilecek abaklar sunulacaktır.

Chu ve Afandi tarafından çözümde kullanılan kutupsal koordinat sistemi ile kesit zorları Şekil 5'te gösterilmiştir.



Şekil 5 - Kutupsal koordinatlar ve kesit zorları

Kesit zoru ifadelerinde kullanılan boyutsuz değişkenler de

$$\rho = \frac{r}{R} \quad (23)$$

$$\beta = \frac{b}{R} \quad (24)$$

olarak tanımlanmıştır. Belirtmek gerekir ki, kesit zorları için verilen ifadeler σ_a ve σ_b uç gerilmelerinin her ikisinin pozitif olması, yani küçük dışmerkezlik durumu için geçerlidir. Bu ifadelerin büyük dışmerkezlik durumu için, yaklaşık olarak ve ancak küçük negatif uç gerilmeleri halinde, kullanılabilecekleri belirtilmektedir, [8].

4.1 p_1 yüklemesi

Bu yükleme durumunda $M_{rt} = Q_t = 0$ dir. Diğer kesit zorları aşağıdaki ifadelerle belirlenmektedir.

$\rho \leq \beta$ için

$$M_r = \frac{p_1 R^2}{64} [4(3 + \nu)\rho^2 + 2(1 + \nu)k_1] \quad (25a)$$

$$M_t = \frac{p_1 R^2}{64} [4(1 + 3\nu)\rho^2 + 2(1 + \nu)k_1] \quad (26a)$$

$$Q_r = \frac{p_1 R}{2} \rho \quad (27a)$$

ifadeleri ile verilmektedir, [8]. Burada k_1 katsayısı

$$k_1 = 2\left(\frac{3+\nu}{1+\nu}\right) - 4\beta^2\left(\frac{1-\nu}{1+\nu}\right) - 8(1+\ln\beta) \quad (28a)$$

olarak tanımlanmıştır.

$\rho \geq \beta$ için

$$M_r = \frac{p_1 R^2}{64} \left[4(3+\nu)\rho^2 - 16(1+\nu)\ln\beta - 8(3+\nu) + 2(1+\nu)k_1 - (1-\nu)k_2 / \rho^2 \right] \quad (25b)$$

$$M_t = \frac{p_1 R^2}{64} \left[4(1+3\nu)\rho^2 - 16(1+\nu)\ln\beta - 8(1+3\nu) + 2(1+\nu)k_1 + (1-\nu)k_2 / \rho^2 \right] \quad (26b)$$

$$Q_r = \frac{p_1 R}{2} \left(\rho - \frac{1}{\rho} \right) \quad (27b)$$

ifadeleri ile verilmektedir, [8]. Burada k_1 ve k_2 katsayıları, sırası ile,

$$k_1 = 2\left(\frac{3+\nu}{1+\nu}\right) - 4\beta^2\left(\frac{1-\nu}{1+\nu}\right) \quad (28b)$$

$$k_2 = -8\beta^2 \quad (29)$$

olarak tanımlanmıştır.

Görüldüğü gibi bu yükleme durumu için, kesit zoru formülleri dönele simetriktir; yani θ açısından bağımsızdır.

4.2 p_2 yüklemesi

Bu yükleme durumunda kesit zorları her iki bölge için

$$M_r = \frac{p_2 R^2}{192} \left[4(5+\nu)\rho^3 + 2(3+\nu)k_3\rho + 2(1-\nu)k_4 / \rho^3 + (1+\nu)k_5 / \rho \right] \cos\theta \quad (30)$$

$$M_t = \frac{p_2 R^2}{192} \left[4(1+5\nu)\rho^3 + 2(1+3\nu)k_3\rho - 2(1-\nu)k_4 / \rho^3 + (1+\nu)k_5 / \rho \right] \cos\theta \quad (31)$$

$$M_{\pi} = \frac{p_2 R^2}{192} (1-\nu) \left[4\rho^3 + 2k_3\rho - 2k_4 / \rho^3 + k_5 / \rho \right] \sin\theta \quad (32)$$

$$Q_r = \frac{p_2 R}{192} \left[72\rho^2 + 8k_3 - 2k_5 / \rho^2 \right] \cos\theta \quad (33)$$

$$Q_t = \frac{p_2 R}{192} \left[24\rho^2 + 8k_3 + 2k_5 / \rho^2 \right] \sin\theta \quad (34)$$

ifadeleri ile verilmektedir, [8]. Burada k_3 , k_4 ve k_5 katsayıları

$\rho \leq \beta$ için, sırası ile,

$$k_3 = \frac{3}{\beta^2} - 3\beta^2\left(\frac{1-\nu}{3+\nu}\right) - 8\left(\frac{2+\nu}{3+\nu}\right) \quad (35a)$$

$$k_4 = 0 \quad (36a)$$

$$k_5 = 0, \quad (37a)$$

$\rho \geq \beta$ için de, sırası ile,

$$k_3 = -3\beta^2 \left(\frac{1-\nu}{3+\nu} \right) - 8 \left(\frac{2+\nu}{3+\nu} \right) \quad (35b)$$

$$k_4 = 3\beta^2 \quad (36b)$$

$$k_5 = 12 \quad (37b)$$

olarak tanımlanmıştır.

5. Yardımcı Abaklar

Uygulamada kolaylık sağlamak amacı ile, yukarıda (25a) ~ (37b) formülleri ile ifade edilmiş olan kesit zorlarının heabı için, abaklar düzenlenmiştir. Bu abakların düzenlenmesinde Poisson oranı için $\nu = 0.20$ alınmış ve boyutsuz ρ ve β değişkenleri, sırası ile, 0.0, 0.1, ... 1.0 ve 0.50, 0.55, ... 0.80 değerleri arasında değiştirilmiştir.

5.1 p_1 yüklemesi

Yukarıda belirttiği gibi, bu yükleme durumunda $M_r = Q_t = 0$ dir. Diğer kesit zorları

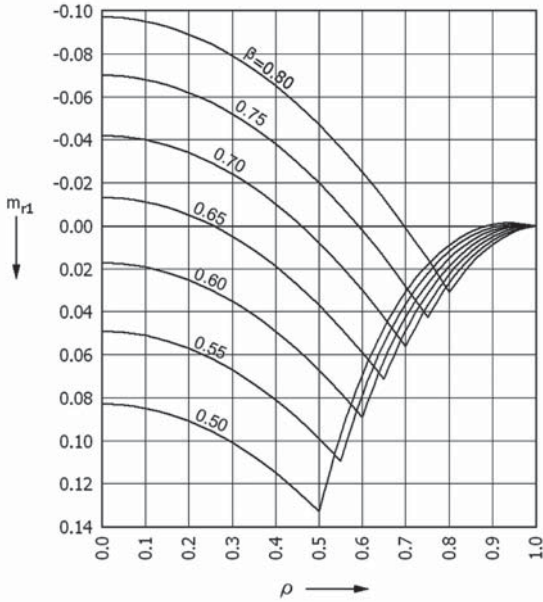
$$M_r = m_{r1} p_1 R^2 \quad (38)$$

$$M_t = m_{t1} p_1 R^2 \quad (39)$$

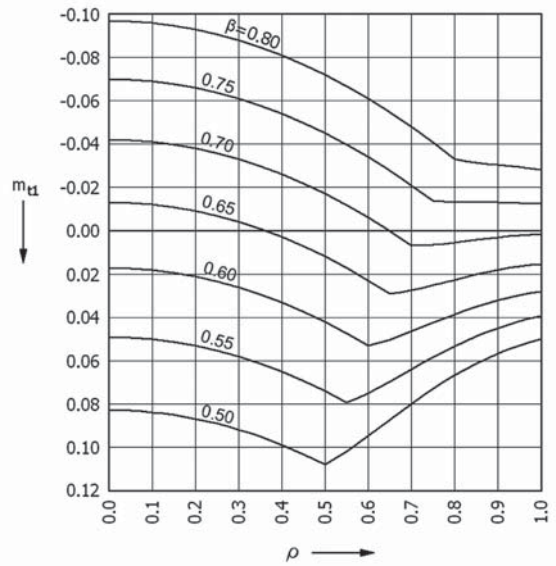
$$Q_r = q_{r1} p_1 R \quad (40)$$

olarak ifade edilmektedir. Dönel simetrik olan p_1 yüklemesi için, kesit zorları θ açısından bağımsızdır. Formüllerdeki m_{r1} , m_{t1} ve q_{r1} katsayıları, sırası ile, Şekil 6, 7 ve 8'deki abaklar ile verilmiştir.

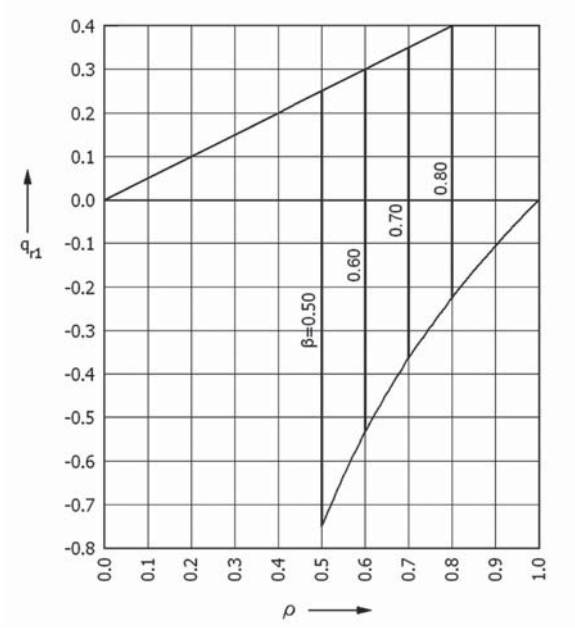
Geleneksel moment diyagramı gösterimine sadık kalmak amacı ile, m_{r1} ve m_{t1} diyagramlarında pozitif yön aşağı doğru seçilmiştir.



Şekil 6 - m_{r1} değerleri



Şekil 7 - m_{t1} değerleri



Şekil 8 - q_{r1} değerleri

5.2 p_2 yüklemesi

Bu yükleme durumu için kesit zorları

$$M_r = m_{r2} p_2 R^2 \cos \theta \quad (41)$$

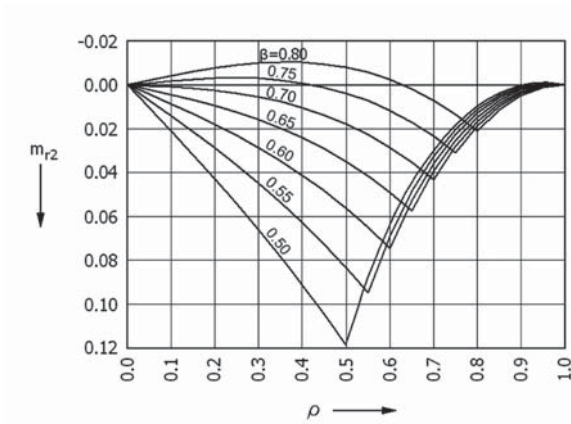
$$M_t = m_{t2} p_2 R^2 \cos \theta \quad (42)$$

$$M_{\pi} = m_{\pi} p_2 R^2 \sin \theta \quad (43)$$

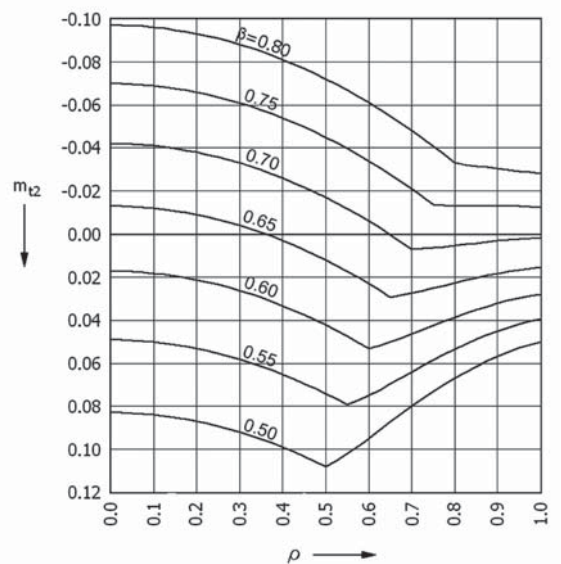
$$Q_r = q_{r2} p_2 R \cos \theta \quad (44)$$

$$Q_t = q_{t2} p_2 R \sin \theta \quad (45)$$

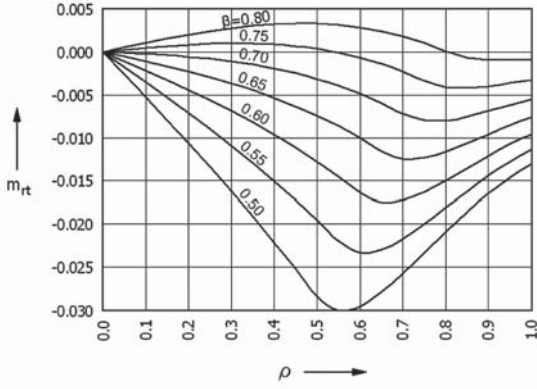
olarak ifade edilmektedir. Formüllerdeki m_{r2} , m_{t2} , m_{π} , q_{r2} ve q_{t2} katsayıları, sırası ile, Şekil 9, 10, 11, 12 ve 13'deki abaklar ile verilmiştir.



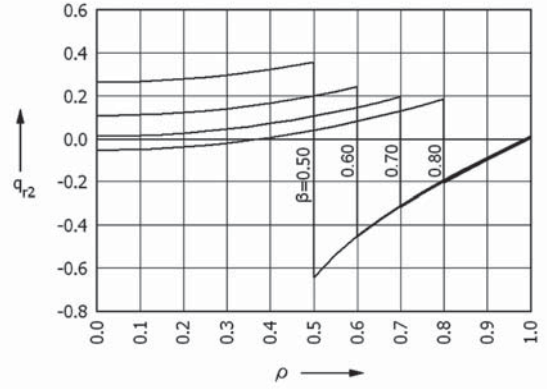
Şekil 9 - m_{r2} değerleri



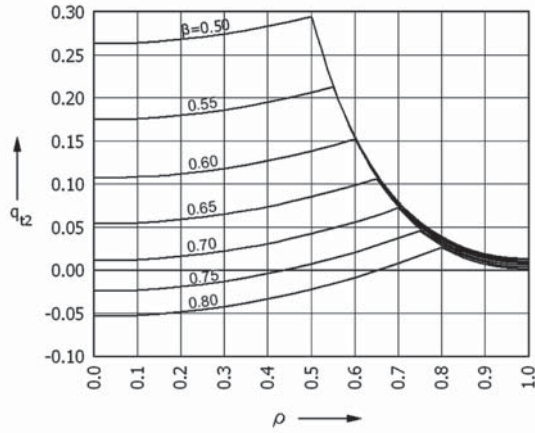
Şekil 10 - m_{t2} değerleri



Şekil 11 - m_{rt} değerleri



Şekil 12 - q_{r2} değerleri



Şekil 13 - q_{t2} değerleri

Kaynaklar

- [1] Köseoğlu, S., Temeller - Statiği ve Konstruksiyonu, Matbaa Teknisyenleri Basımevi, İstanbul, 1986.
- [2] Ersoy, U., Betonarme Döşeme ve Temeller, Evrim Yayınevi, Ankara, 1995.
- [3] Celep, Z., Kumbasar, N., Betonarme Yapılar, Sema Matbaacılık, İstanbul, 1996.
- [4] Aka, İ., Keskinel, F., Çılı, F., Çelik, O. C., Betonarme, Birsen Yayınevi, İstanbul, 2001.
- [5] Trupia, A., Saygun, A., Betonarme Yüzeysel Temeller, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara, 2009.
- [6] İnan M., Cisimlerin Mukavemeti, İTÜ Vakfı Yayınları, İstanbul, 2001.
- [7] Stiglat, K., Wippel, H., Platten, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1983.
- [8] Chu, K.H., Afandi, O.F., Analysis of Circular and Annular Slabs for Chimney Foundations, Journal of ACI, Proceedings V. 63, No.12, Dec. 1966, pp. 1425-1447.